

12_咖啡漬問題 (Coffee Stains)

(4分/6分/10分)

時間限制：5秒

記憶體限制：512 MB

問題敘述

最近打算參加 YTP 的三個人《木木隊》的三人：小木、小林、小森約到了咖啡廳來進行團練。在團練的時候，他們各自點了一杯飲料，而在一整天的刷題之後，發現杯子居然在桌子上留下了一點一點的咖啡漬！被程式沖昏頭的他們，突發奇想要從咖啡漬中找出他們咖啡杯原本的位子。然而，他們的杯子已經被收走了，連大小都不記得了——你可以幫幫他們找出杯子的大小與在桌子上的位置嗎？

桌子可以表示為一個以 $(0, 0)$ 為中心的二維平面，而他們找到了 N 個咖啡漬，其中第 i 個咖啡漬的座標為 (x_i, y_i) 。保證每一個點的座標都相異。請找出三個圓，使得每一個點都至少在一個圓上面。當然，有可能其中一個人的咖啡杯完全沒有造成咖啡漬，也就是不一定要每個圓都有點在它上面，且保證所有輸入資料有至少一個解。

提示：給定三個點 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$ ，則三角形 $\triangle ABC$ 的外心 $O(x, y)$ 的座標可表示為

$$x = \frac{(y_3 - y_2) \times d_1 - (y_2 - y_1) \times d_2}{K}$$

$$y = \frac{(x_2 - x_1) \times d_2 - (x_3 - x_2) \times d_1}{K}$$

此處

$$d_1 = (x_2^2 + y_2^2) - (x_1^2 + y_1^2), d_2 = (x_3^2 + y_3^2) - (x_2^2 + y_2^2),$$

$$K = 2((y_3 - y_2)(x_2 - x_1) - (y_2 - y_1)(x_3 - x_2))。$$

輸入格式

輸入的第一行有一個數字 N ($1 \leq N \leq 10^5$)，代表有幾個咖啡漬。

接下來的 N 行中，第 i ($1 \leq i \leq N$) 行有兩個數字 x_i, y_i ($0 \leq x_i, y_i \leq 10^6$) 代表第 i 個咖啡漬的座標。

保證輸入一定有解。

輸出格式

前三行，請各輸出三個數字 X_k, Y_k, R_k ($1 \leq k \leq 3$)，代表第 k 個咖啡杯的中心位於 (X_k, Y_k) ，且半徑為 R_k 。請滿足 $0 \leq X_k, Y_k, R_k \leq 2 \times 10^6$ 。

第四行，請輸出一個長度為 N ，且僅由 1、2、3 三個字元所組成的字串 S ，其第 i ($1 \leq i \leq N$) 個字元 S_i 代表其屬於第幾個咖啡杯（咖啡杯持有者的名字裡面有幾個「木」）。

要通過一筆測試資料，必須對於所有的 $1 \leq i \leq N$ 都滿足 $\frac{(x_i - X_{S_i})^2 + (y_i - Y_{S_i})^2 - R_{S_i}^2}{\max(1, R_{S_i}^2)} < 10^{-6}$

請注意：

- 不論你有沒有用到三個圓，請 **還是輸出三個圓的資料**，否則會得到 WA！！

倘若有多組可能的解，輸出任意一組即可。

資料範圍

- $1 \leq N \leq 10^5$
- $0 \leq x_i, y_i \leq 10^6$

子任務

此外，這一題有部分分數：

限制	分數
至多一個咖啡杯有造成咖啡漬	4
至多兩個咖啡杯有造成咖啡漬	6
無額外限制	10

輸入範例 1

```
10
2.0 1.0
4.0 1.0
3.0 2.0
3.0 0.0
5.0 10.0
11.0 10.0
8.0 13.0
8.0 7.0
0.0 1.0
0.0 0.0
```

輸出範例 1

```
3 1 1
8 10 3
0 0.5 0.5
1111222233
```

輸入範例 2

```
6
0.5 0.5
1.0 1.0
2.0 2.0
3.0 3.0
4.0 4.0
5.0 5.0
```

輸出範例 2

```
0.75 0.75 0.353553
2.5 2.5 0.707106
4.50 4.5 0.707106
112233
```

輸入範例 3

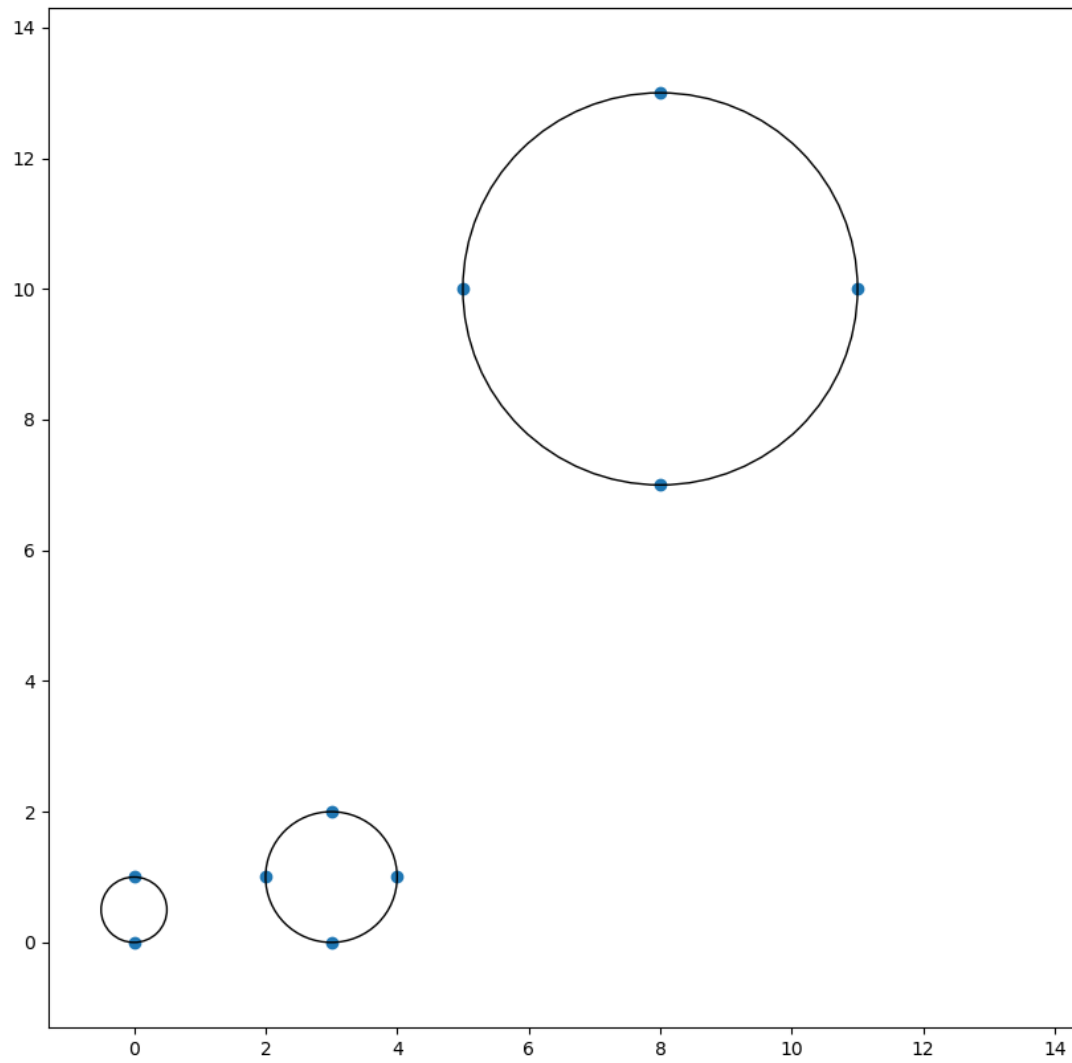
```
1
0.7 1.2
```

輸出範例 3

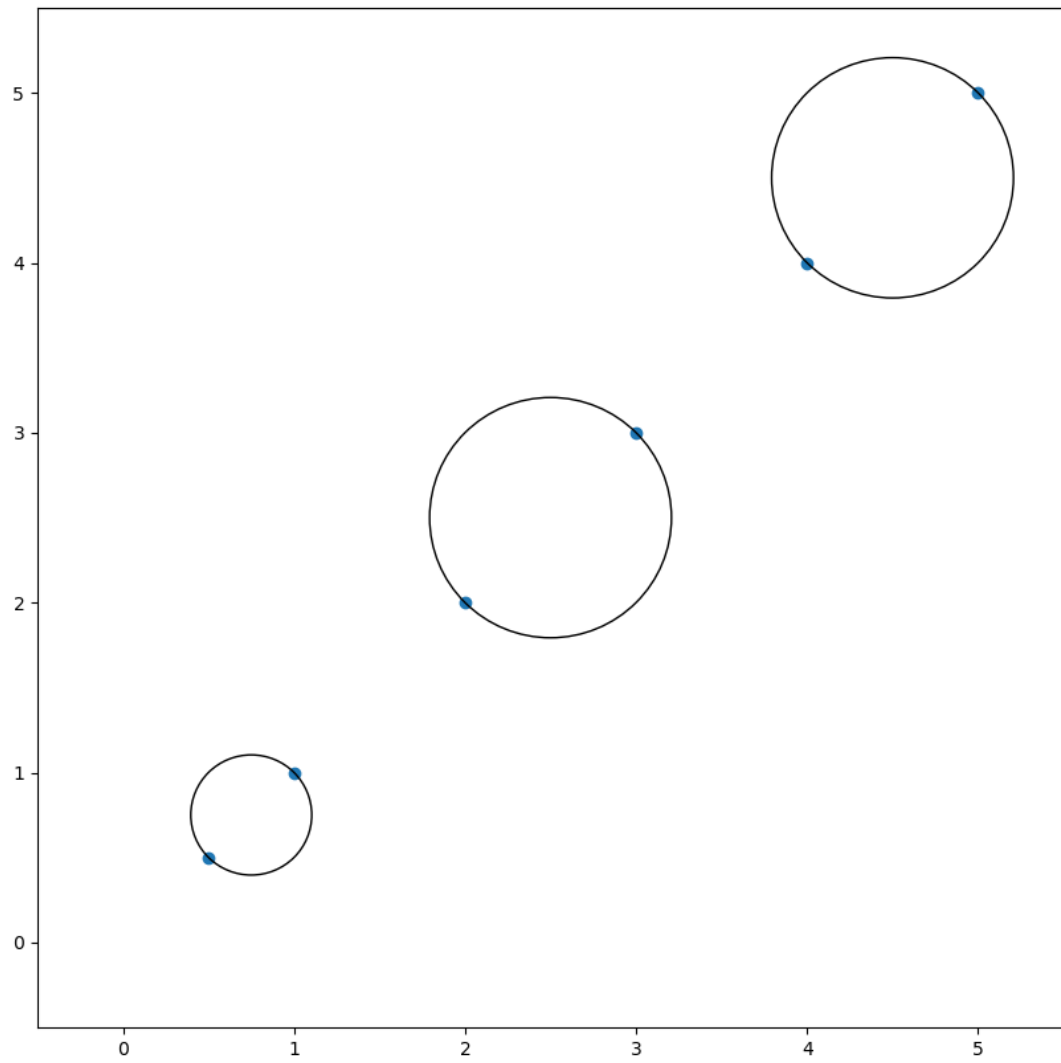
```
0.7 1.2 0.0
0.0 0.0 0.0
0.0 0.0 0.0
1
```

範例解釋

- 第一筆測試資料：



- 第二筆測試資料：



- 第三筆測試資料：

