

## 問題 5 – 噪音防治 (Noise Prevention)

(15 分)

### 問題敘述

旅行家 Joy 喜歡到處旅行，這天，他來到了 YTP 國，一個對旅行者非常友善的國度，為了充份享受 YTP 國  $N$  個城鎮的樂趣，Joy 決定花費  $\frac{N \times (N-1)}{2}$  天把每對城鎮來回玩過一遍，也就是說，每天他會選擇一對還沒選擇過的相異城鎮對  $\{i, j\}$  並從城鎮  $i$  玩到城鎮  $j$ ，再從城鎮  $j$  玩回城鎮  $i$ 。

不過，Joy 身為旅人有一個棘手的問題，那就是他特別在乎自己的耳膜，每天晚上他總是要先調查好隔天的行程，並試圖找出隔天行程中會遇到的最大噪音值為何，然後準備好相對應的防護措施，才不會被這趟行程中的噪音搞壞耳膜導致他沒辦法看他喜歡的 Vtuber 們直播。

現在，Joy 已經蒐集好了 YTP 國  $M$  條雙向道路的噪音資訊了，已知每條道路的噪音值都是常駐的，也就是不會隨著時間改變，因此他可以事先幫每對城鎮對都找出「**最大噪音值最小的往返路線**」後，來回都沿著這條路線走，就可以最小化他旅程的傷害與花費。

但這些資料實在是太龐大了，由於噪音防護措施的花費與每天遭遇的最大噪音值總和成正比，所以 Joy 委託你幫他寫一支程式，請你幫他先找出所有城鎮對「**最大噪音值最小的往返路線**」的**最大噪音值總和**，好讓他可以先準備好旅遊資金。

### 輸入格式

首行輸入兩個以空格隔開的正整數  $N, M$ ，代表 YTP 國有  $N$  個城鎮、 $M$  條道路。  
接下來  $M$  行，第  $i$  行三個以空格隔開的正整數  $u_i, v_i, w_i$ ，代表城鎮  $u_i$  和城鎮  $v_i$  之間有一條道路，且這條道路的常駐噪音值為  $w_i$ 。

### 輸出格式

輸出一個整數，代表所有城鎮對「**最大噪音值最小的往返路線**」的**最大噪音值總和**。

### 資料範圍

- $1 \leq N \leq 3 \times 10^5$
- $N - 1 \leq M \leq 5 \times 10^5$
- $1 \leq u_i, v_i \leq N, u_i \neq v_i$
- $1 \leq w_i \leq 10^6$
- 保證任兩座 YTP 國的城鎮都可以透過一連串的道路互相往返

### 輸入範例 1

```
5 4
1 2 6
1 3 4
2 4 2
2 5 1
```

### 輸出範例 1

```
45
```

### 輸入範例 2

```
3 3
1 2 2
2 3 8
3 1 4
```

### 輸出範例 2

```
10
```

### 輸入範例 3

```
8 13
8 2 7
4 8 11
6 1 14
4 5 14
1 7 9
3 1 6
7 1 12
1 3 9
2 1 8
2 4 13
4 3 3
8 6 8
2 3 13
```

### 輸出範例 3

```
262
```

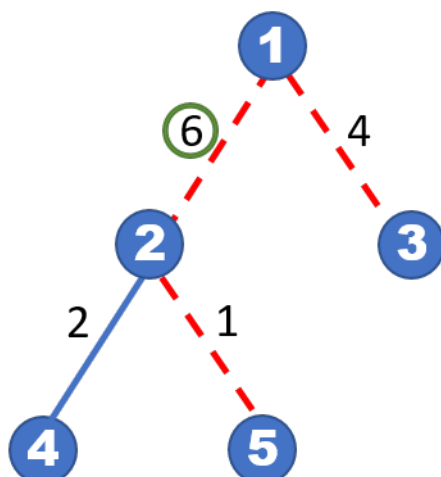
## 範例說明

在輸入範例 1，Joy 會花上  $\frac{5 \times 4}{2} = 10$  天遊玩每一對城鎮，這 10 對分別是：

{1,2}，最大噪音值 6；{1,3}，最大噪音值 4；{1,4}，最大噪音值 6；{1,5}，最大噪音值 6；{2,3}，最大噪音值 6；{2,4}，最大噪音值 2；{2,5}，最大噪音值 1；{3,4}，最大噪音值 6；{3,5}，最大噪音值 6；{4,5}，最大噪音值 2。

因此所有最大噪音值的總和為  $6 + 4 + 6 + 6 + 6 + 2 + 1 + 6 + 6 + 2 = 45$ 。

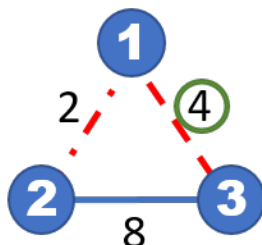
最大噪音值的計算方式以 {3,5} 這對城鎮為例，如下圖：



注意到城鎮 3 到城鎮 5 之間只有一種簡單走法，如圖中的虛線路線，而中間會經過最大噪音值的道路就是從城鎮 1 到城鎮 2、噪音值為 6 的那條，因此城鎮對 {3,5} 的最大噪音值為 6。

在輸入範例 2，Joy 會花上  $\frac{3 \times 2}{2} = 3$  天遊玩每一對城鎮，這 3 對分別是：  
 {1,2}，最大噪音值 2；{1,3}，最大噪音值 4；{2,3}，最大噪音值 4。  
 因此所有最大噪音值的總和為  $2 + 4 + 4 = 10$ 。

最大噪音值的計算方式以 {2,3} 這對城鎮為例，如下圖：



注意到城鎮 2 到城鎮 3 之間有兩種簡單走法，儘管城鎮 2 到城鎮 3 之間有一條直接的道路，但這條道路的噪音值為 8，Joy 如果選擇繞路先走到城鎮 1 再到城鎮 3 的話，就可以和圖中的虛線路線一樣，經過噪音值不超過 4 的道路，進而讓這天旅程的最大噪音值只有 4。

在輸入範例 3，Joy 會花上  $\frac{8 \times 7}{2} = 28$  天遊玩每一對城鎮，由於資料龐大，這裡不一一條列，但請注意到輸入的第 5 和第 7 條道路，這兩條道路連接的城鎮對是一樣的，城鎮的順序並不影響道路的可用性，這表示城鎮 1 到城鎮 7 有兩條直接的道路可以選擇，因此這還是一種合法的輸入，至於要選擇哪一條可以被策略所決定。